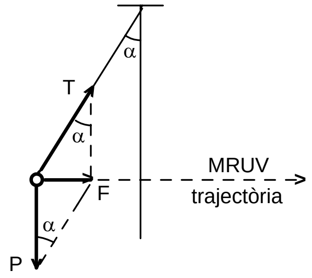
1. Un cotxe parat arrenca i, després de recórrer 100 m, la velocitat és de 108 km/h. Aquest cotxe té un pèndol de massa m = 20 g i longitud 40 cm penjat al sostre. Calcula:

a) L'angle que fa el pèndol amb la vertical quan el cotxe fa aquests primers 100 m.
b) La tensió del fil.

Les forces reals que rep la massa del pèndol són el pes P i la tensió T. Com que la massa del pèndol, mogut per aquetes forces, fa un moviment rectilini uniformement accelerat, podem assegurar que la suma o resultant d'aquestes forces és una força (constant) de la mateixa direcció que la trajectòria, tal com es veu al dibuix.
Amb les dades $v_o = 0$, $v = 108/3{,}6 = 30$ m/s i $\Delta x = 100$ m, calculem l'acceleració del cotxe que és la mateixa amb què es mou la massa del pèndol:



$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2\cdot\Delta x} = \frac{30^2 - 0}{2\cdot 100} = 4{,}5 \ \ m/s^2$$

a) Amb la 2a llei, podem saber el valor d'aquesta força resultant:

$$F = ma = 0{,}02\cdot 4{,}5 = 0{,}09 \ \ N$$

L'angle α serà: $\alpha = arctg\frac{F}{P} = arctg\frac{F}{mg} = arctg\frac{0{,}09}{0{,}02\cdot 10} = 24{,}227^o$

b) Amb α tindrem la tensió del fil: $\cos\alpha = \frac{P}{T}$ → $T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{0{,}02\cdot 10}{\cos 24{,}227} = 0{,}219 \ \ N$

---

2. Un disc que va a 1200 rpm, frena i es para en 20 segons.

a) Calcula l'acceleració i escriu les equacions del moviment.
b) Calcula el nombre de voltes que fa fins que es para.
c) Calcula la velocitat quan ha fet 100 voltes.

Calculem primer la freqüència i la velocitat angular inicials:

$$f_o = \frac{n}{t} = \frac{1.200}{60} = 20 \ \ rev/s \quad \rightarrow \quad \omega_o = 2\pi f_o = 2\pi 20 = 40\pi \ \ rad/s$$

o també amb factors de conversió: $\omega_o = 1.200\frac{rev}{\min}\cdot\frac{1\min}{60 \ s}\cdot\frac{2\pi \ rad}{1 \ rev} = 40\pi \ rad/s$

a) L'acceleració: $\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t} = \frac{0 - 40\pi}{20} = -2\pi \ \ rad/s^2$

Les equacions: $\left|\begin{array}{l}\varphi = \varphi_o + \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_o + \alpha t\end{array}\right.$ → $\left|\begin{array}{l}\varphi = 40\pi t - \pi t^2 \\ \omega = 40\pi - 2\pi t\end{array}\right.$

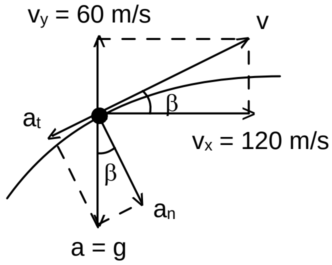
b) Les voltes les podem calcular a partir de l'angle φ recorregut:

$$\varphi = 40\pi t - \pi t^2 = 40\pi\cdot 20 - \pi\cdot 20^2 = 400\pi \ \ rad \quad \rightarrow \quad n = \frac{400\pi}{2\pi} = 200 \ \ rev$$

o amb la freqüència mitjana: $f_m = \frac{f_o + f}{2} = \frac{20+0}{2} = 10 \ \ rev/s$ i $f_m = \frac{n}{t}$ → $n = f_m t = 10\cdot 20 = 200 \ \ rev$

c) Amb l'angle que correspon a 100 rev i la fórmula dels quadrats, calcularem la velocitat quan ha fet 100 voltes.

$$\Delta\varphi = 100\cdot 2\pi = 200\pi \ \ rad \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\omega_o^2 + 2\alpha\Delta\varphi} = \sqrt{(40\pi)^2 + 2(-2\pi)200\pi} = \sqrt{800\pi^2} = 88{,}84 \ \ rad/s$$



3. Disparem un projectil des de terra i, quan t = 10 s, la velocitat és $\vec{v} = (120{,}60) \ \ m/s$. Calcula:

a) El vector velocitat inicial i l'angle de sortida.
b) L'acceleració tangencial, la normal i el radi de curvatura quan t = 10 s.

a) El vector velocitat és: $\vec{v}\left|\begin{array}{l}v_x = v_{o,x} \\ v_y = v_{o,y} - 10t\end{array}\right.$ i quan t = 10 s $\left|\begin{array}{l}120 = v_{o,x} \\ 60 = v_{o,y} - 10\cdot 10\end{array}\right.$

la velocitat inicial: $\vec{v}_o = (120, \ 160) \ \ m/s$ i el seu angle: $\alpha = arctg\frac{160}{120} = 53{,}13^o$

b) Mirant la figura, trobem l'angle β:

$\beta = arctg\,\frac{60}{120} = 26{,}57^o$ i ja podem calcular les acceleracions:
$$\left| \begin{array}{l} a_n = g\cos\beta = 10\cos 26{,}57^o = 8{,}94 \quad m/s^2 \\ a_n = g\cos\beta = 10\cos 26{,}57^o = 8{,}94 \quad m/s^2 \end{array} \right.$$

i amb el mòdul de la velocitat: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{120^2 + 60^2} = \sqrt{180.000} \quad m/s$

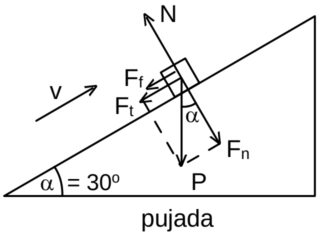
trobem el radi de curvatura de la trajectòria: $r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{180.000}{8{,}94} = 20.134 \quad m$

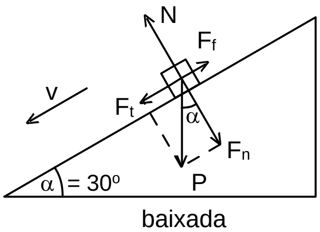
---

4. Des de baix de tot d'un pla inclinat de 30° de pendent, disparem un cos de 400 g a 6 m/s. El cos puja 2,7 m i torna a baixar. En ser a baix, la velocitat final és de 4,2 m/s. Calcula:
a) L'energia perduda en fregament, la força de fregament i el coeficient.
b) L'acceleració de pujada i la de baixada.

a) L'energia perduda en fregament serà la pèrdua total d'energia cinètica:

$$\Delta U_c = W_f = U_{c,final} - U_{c,o} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}0{,}4{\cdot}2{,}7^2 - \frac{1}{2}0{,}4{\cdot}6^2 = 3{,}528 - 7{,}2 = -3{,}672 \quad J$$





La força de fregament:
$$F_f = \frac{W_f}{\Delta x} = \frac{3{,}627}{2{\cdot}2{,}7} = 0{,}68 \quad N$$
i el coeficient:
$$\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{F_f}{mg\cos\alpha} = \frac{0{,}68}{0{,}4{\cdot}10{\cdot}\cos 30^o} = 0{,}196 \cong 0{,}2$$

b) Podem prescindir dels resultats anteriors i resoldre el problema per dinàmica:

Pujada: $a = \frac{v^2 - v_o^2}{2{\cdot}\Delta x} = \frac{0 - 6^2}{2{\cdot}2{,}7} = -6{,}667 \quad m/s^2$ Baixada: $a = \frac{v^2 - v_o^2}{2{\cdot}\Delta x} = \frac{4{,}2^2 - 0}{2{\cdot}2'7} = 3{,}267 \quad m/s^2$

Amb la 2ª llei ara podríem comprovar els resultats anteriors:

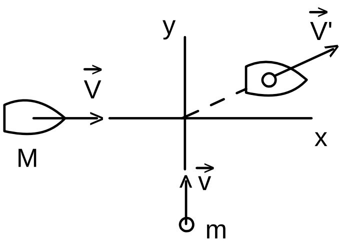
$$F_t = mg\sin\alpha = 0{,}4{\cdot}10{\cdot}\sin 30^o = 2 \quad N$$

Pujada: $-F_t - F_f = ma \;\rightarrow\; F_f = -ma - F_t = -0{,}4{\cdot}(-6{,}667) - 2 = 0{,}667 \quad N$

Baixada: $F_t - F_f = ma \;\rightarrow\; F_f = ma - F_t = 0{,}4{\cdot}6{,}667 - 2 = 0{,}667 \quad N$

---

5. Una barca de 120 kg va a 3 m/s. Ara, des del costat, hi tirem a dins un paquet de 40 kg amb una velocitat de 2 m/s perpendicular a la velocitat de la barca. Calcula la velocitat final del conjunt i l'energia que s'ha perdut.



És un xoc → es conserva la quantitat de moviment: $M\vec{V} + m\vec{v} = (M+m)\vec{V}'$

$$120(3,\ 0) + 40(0,\ 2) = 160{\cdot}\vec{V}' \;\rightarrow\; \vec{V}' = (2'25,\ 0'5) \quad m/s$$

És inelàstic → no es conserva l'energia:

$$U_{c,o} = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}120{\cdot}3^2 + \frac{1}{2}40{\cdot}2^2 = 540 + 80 = 620 \quad J$$

$$U'_c = \frac{1}{2}(M+m)V'^2 = \frac{1}{2}(120+40)(2{,}25^2 + 0{,}5^2) = \frac{1}{2}160{\cdot}5{,}135 = 425 \quad J$$

La variació d'energia en el xoc és: $\Delta U = U' - U_o = 425 - 620 = -195 \quad J$ El resultat negatiu vol dir pèrdua d'energia.

---

6. Una força fa un treball a un cos (podem dir que li dóna un treball). Què se'n fa d'aquest treball? Pensa que es pot donar el cas de què el cos sigui lliure. Quin teorema es compleix en aquest cas? O el treball pot ser en contra de forces conservatives o dissipatives que actuen sobre el cos. Explica-ho bé.
